



TITLE:

量子核形成 : 多粒子系準安定状態の崩壊(第39回 物性若手夏の学校(1994年度),講義ノート)

AUTHOR(S):

佐藤, 武郎

CITATION:

佐藤, 武郎. 量子核形成 : 多粒子系準安定状態の崩壊(第39回 物性若手夏の学校(1994年度),講義ノート). 物性研究 1994, 63(2): 171-180

ISSUE DATE:

1994-11-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/95401>

RIGHT:

量子核形成

—多粒子系準安定状態の崩壊—

東北大学理学部 佐藤 武郎

§ 1 Introduction

準安定相から安定相への崩壊は、一様な準安定相の中に「揺らぎ」が生ずる結果として起こる1次相転移である。「揺らぎ」は新しい安定相の小さな領域即ち「核」を作り出す。新しく作り出される両相間の界面のために必要な界面エネルギーがポテンシャル障壁となり、準安定状態の存在を可能ならしめている。「核」のポテンシャル・エネルギーは

$$U = 4\pi\sigma R^2 - (4/3)\pi R^3 \rho' \Delta\Phi \quad (1)$$

と表わされる。ここで R は核の半径、 σ は界面張力、 ρ' は安定相の密度、 $\Delta\Phi$ は単位密度当りの両相間の熱力学ポテンシャルの差である。(1) 式を図1に示す。古典的には半径が

$$R_m = (2/3)R_c = 2\sigma / \rho' \Delta\Phi \quad (2)$$

より大きい「核」のみが安定に成長することができる。 R_m は臨界半径と呼ばれ、この大きさの「核」を「臨界核」と呼ぶ。 $R < R_m$ の「核」はできても再び消失する。障壁の高さは

$$U_m = U(R_m) = (16/27)\pi\sigma R_c^2 \quad (3)$$

で与えられる。

通常、「揺らぎ」は「熱的揺らぎ」であると考えられている。しかし、 U_m に比べて充分低い温度域においては、障壁を乗り越える程の「熱的揺らぎ」の効果は期待できない。そのような条件下においても尚、「我々が1次相転移を観測した」とすれば、そこにおける「臨界核」の形成は、「量子トンネル効果」によると考えられる(図1)。これが「量子核形成」と呼ばれる現象である。「量子核形成」は「巨視的量子現象」である。そして、それは本質的に「多自由度系における量子トンネル現象」である。この「多自由度」には2つの内容が含まれている。まず「トンネルする対象そのものが多粒子から成り立っている」という意味での「多自由度」、そして「トンネルに関与する自

自由度と外界をも含めた他の自由度との間に必然的に相互作用が存在する」という意味での「多自由度」である。

「量子トンネル現象」は量子力学が示すところの「原理的揺らぎ」の現われであり、トンネル・ダイオード、ジョゼフソン素子、走査トンネル顕微鏡等の形で応用もされている。従って、「量子トンネル現象」は完全に理解された問題であると思われがちであるが、上記の意味での「多自由度系における量子トンネル現象」は、この「多自由度」性に由来する実験的・理論的困難が大きく、未開拓のままとなっていたと言ってよい。しかし、最近、実験技術の進歩に伴い、このテーマに意識的に挑戦する試みが、世界的規模で進められ始めている。特に精密実験が可能である物性実験・原子核実験分野において、興味あるデータが蓄積されつつある。と同時に物性理論・原子核実験の分野で現実の系に対応した理論構築が為され始めている。一方、素粒子論・宇宙論の分野において「無限自由度系における量子トンネル効果」という考え方が提唱されている。更には、生体系における長距離電子移動を量子トンネル効果の観点から考えようとする気運が生じている。このように「多自由度系における量子トンネル現象」は現代物理学の多くの分野に現われ始めた普遍的かつ未開拓のテーマである。その横断的性格を明示したのが図2である。そして諸分野における主テーマともいうべきものを図3に示した。量子力学特有のトンネル現象が、現実の多自由度系において実験と理論との定量的比較の上に立って明白に検証されれば、「我々の量子力学的世界像」を大きく発展させることになる。

本講義のテーマの現代物理学における位置づけを図2および図3から理解していただいた所で本題に戻ることとする。

「核形成」に関する研究は、実験・理論両面において長い歴史を有する。しかし、実験データの膨大な集積にもかかわらず、理論との定量的比較が成功したという例を筆者は寡聞にして知らない。その理由は、「homogeneous nucleation」を実現することの難しさにあると考えられる。理論は常に「homogeneous nucleation」を仮定して話を進めているが、一方実験においては、不純物、試料容器壁等の影響を除去することは非常に困難である。

「量子核形成」を実証しようとするれば、更に困難が加わる。それは、広範囲の温度域での実験が必要とされるからである。「古典核形成」から「量子核形成」への移行を明白に捉えようとするれば、少なくとも2桁の温度域に亘る実験が必要となる。この観点から、いわゆる古典的な系で「量子核形成」を実証することの可能性は少ない。現在まで行われている実験は、量子液体である液体ヘリウムを用いてのものである。液体ヘリウムの系は、系の純度の観点からも優れている。もっとも同位元素である ^4He と ^3He とが存在していることには注意を払う必要がある。

液体ヘリウムを舞台として行われている核形成の実験は次のようなものである。

- (1) Nucleation of Solids in Liquid Helium
- (2) Nucleation of Bubbles in Liquid Helium
- (3) Nucleation of ^3He -concentrated Phase in Supersaturated ^3He -dilute Phase
- (4) Nucleation of Quantized Vortices in Superfluid Helium

(1) の実験においては、固体は常に容器壁から形成し始めるという難点が克服されていないのが現状である。(2) に関しては、液体ヘリウムの負圧状態を実現する手段に伴う問題点があり、homogeneous nucleationを実現できていないのが現状である。

(4) の実験は、液体ヘリウムに「流れ」を生ぜしめて量子渦系の形成を観測するというものであり、系は必然的にinhomogeneousである。しかし、最近の実験データは「量子核形成」を捉えていることを強く示唆していると考えられる。(3) の実験は、筆者等のグループが行ってきているものであり、以下においては、これについてやや詳しく述べることにする。

§ 2 Experiments

^3He - ^4He 混合液の相図を図4に示す。これは飽和蒸気圧下のものである。約0.9K以下で混合液は ^3He 稀薄相（以下 d相）と ^3He 濃厚相（以下 c相）に相分離する。d相中の ^3He 濃度が絶対零度でも有限の値をとるという特徴をもつ。そしてd相中の ^3He 濃度は圧力依存性を有し、約10 気圧付近で ^3He 溶解度が最大になるという特徴をもつ。また、d相中の ^4He は超流動状態にある。d相がもつこれらの性質を利用して原理的には0.9 K以下絶対零度まで「d相の ^3He 過飽和状態を一定温度の条件下で実現する」手段が考えられる。その原理を図5に示す。これは我々が開発確立した手法で「超流体移送法」と呼ぶ。実際の試料セル部を図6に示す。

この実験で取り上げた系が有する大きな特徴は、

- (1) 非常に純粋な系である。
 ^3He - ^4He 混合液系そのものを相手にするので、同位元素純度というものにも気を使う必要は全く無い。
- (2) 試料容器壁の影響を無視できる。
 ^3He , ^4He はその質量の差により、零点運動エネルギーが異なる。一方、van der Waals 力による壁との相互作用エネルギーは全く等しい。従って、容器壁等、混合液中に浸った物体の表面は ^4He で覆われてしまう。従って、 ^3He 濃厚相の核が壁等の物体表面から形成し始めることは無い。
- (3) 0.9K 以下、現在の超低温技術で到達できる 数百 μK まで広い温度範囲で実験を行うことができる。

上記 (1) (2) の特徴は少なくとも考え得る inhomogeneous nucleation の原因を除去する

ものであり、このような系は他には存在しないのではないかと考えている。

次に「超流体移送法」と本実験装置がもつ主な特徴を述べる。

- (i) スーパーリークを通して、エントロピーを持たぬ超流動成分のみを出し入れする圧力掃引であり、掃引速度は自由に制御できる。本実験での掃引速度は ^4He の出し入れにより、容器内に、量子渦系が形成されたり、 ^3He の流れが生じたりする臨界速度以下に抑えられている。
- (ii) 上下2つの濃度計により、濃度の一様性を check している。最上部に設けた濃度計は、remanent vortices の影響を除外するという意味をも有する。
- (iii) 3つの温度計により温度の一様性を check している。
- (iv) 相分離した状態でのc相のNMRにより、 ^3He の超流動状態を観測して、系が実際に数百 μK まで冷却されていることをcheck している。

実際の実験データの例を図7に示す。実験データを2分毎に取り込みプロットしたものである。(a)は0.5mKにおける昇圧過程、(b) (c)は0.5mK 及び65.2mKにおける降圧過程である。試料全体が一様な ^3He 濃度になっていること、核形成が液体全体でほとんど同時に起きていることが見てとれる。また、65.2mK では核形成後相分離が完了するまでに非常に長い時間を要していることが分かる。(b)及び(c) 図での P_d における ^3He 濃度のとびが我々が求めたい量である。これを「臨界過飽和度」と呼び、 $\Delta x_{3,cr}$ で表す。 $\Delta x_{3,cr}$ の温度依存性をまとめたものが図8である。

§3 Discussions

図8の結果に対する議論を「量子核形成」の理論面について少し触れながらおこなう。

(i) Lifshitz-Kagan and Lifshitz-Polesskii-Khokhlov

「量子核形成」の問題を最初に論じたのは Lifshitz-Kagan である。量子トンネル効果を議論するには §1 で述べたポテンシャルエネルギーのほかに運動エネルギーの項が必要となる。今の場合、 ^3He の「核」が形成される過程を考えるのであるから「核」の中心へ向う ^3He の流れと、その領域から外へ向かう ^4He の流れが存在する。

これらの運動エネルギーの総和は

$$K = M(R) \dot{R}^2 / 2 \quad (4)$$

の形にまとまる。慣性質量 $M(R)$ は

$$M(R) = 4\pi R^3 \rho_{eff} \quad (5)$$

と表される。 ρ_{eff} はc相及びd相に関係する有効密度である。従って、ラグランジアンは

$$L = K - U = M(R) \dot{R}^2 / 2 - AR^2 + BR^3 \quad (6)$$

となる。慣性質量が R^3 に依存するという所が「核形成」の特徴である。(6)で表される系を(3+2-3)模型と呼ぶ(高木伸氏の命名)。これは核形成の標準模型である。

$$x = R/R_c, \quad M_0 = 4\pi\rho_{eff}R_c^5, \quad \alpha = AR_c^2 \quad (7)$$

とおけば、 x に対する正準運動量は $p_x = \partial L / \partial \dot{x} = M_0 x^3 \dot{x}$ となり、結局ハミルトニアンは

$$H = p_x^2 / (2M_0 x^3) + \alpha x^2(1-x) \quad (8)$$

となる。このハミルトニアンを用いて量子トンネル効果を論じたのがL-KでありL-P-Kは、この取扱いでd相の過飽和状態からの相分離を論じた。その結果は $\Delta\Phi \propto \Delta x_3$ (Δx_3 はd相 ^3He 濃度の飽和濃度からのずれを表す)の近似の下で Nucleation rate (one critical nucleus / sec) W が

$$\text{古典領域} \quad W \propto \exp [- (\Delta x_3)^{-2} T^{-1}] \quad (9)$$

$$\text{量子領域} \quad W \propto \exp [- (\Delta x_3)^{-7/2}] \quad (10)$$

と表されるというものである。指数の所に Δx_3 が高次の中に入っているところが特徴である。従って、図9に示したように $\Delta x_{3,c}$ を決める、 $W(\Delta x_3, T)=1$ のlineを境にして「核形成」がほとんど期待されぬ領域と「核形成」が瞬時に起きてしまう領域に分かれる。このlineこそが我々が得た図8と、まずは定性的に比較されるべきものである。

図8は、約10mK以下では $\Delta x_{3,c}$ は温度に依存しないことを示している。このことは、少なくともこの温度域で我々が観測した「核形成」はまさに「量子核形成」であることを強く示唆している。一方、図8において、約10mK以上では $\Delta x_{3,c}$ が温度と共に増大している。これは、図9と比較して、量子領域から古典領域への移行に伴う温度変化とは全く逆の変化である。

(ii) Burmistrov-Dubovskii

§1で述べたように「多自由度系における量子トンネル現象」の特徴は、外界との結合にある。これは系のエネルギーの散逸を引き起こす。Caldeira-Leggettが示したように、散逸の効果は量子トンネル現象を抑制する。Burmistrov-Dubovskiiは、この考え方を本実験の場合に適用し、 ^3He の拡散過程が大きな影響を持つことを示した。拡散係数

は温度上昇と共に急激に小さくなる。このことは、図8の約10mK 以上での温度変化を定性的に説明し、また図7(c)に関して述べた事実とも対応する。

従って、図8のデータのみから、我々がすでに古典領域へ入っているかどうかを明確にすることはできない。更に高温域のデータを必要とし、また本実験では、試料容器内に仕込まれた ^3He の量は一定であるということも考慮する必要がある。熱力学を用いて

$$[\rho' \Delta \Phi]_{\text{cr}} = \{ \rho' [(v' - v) - (c' - c) \frac{\partial v}{\partial c}] (\frac{\partial P}{\partial x_3})_T \}_{P=P_d} \cdot \Delta x_{3, \text{cr}} \quad (11)$$

を示すことができる。v, v' 及び c', c はそれぞれ c 相及び d 相の specific volume と ^3He の質量密度である。実験と理論の定量的比較は $\Delta x_{3, \text{cr}}$ そのものではなく「臨界準安定度」と呼ぶべき量 $[\rho' \Delta \Phi]_{\text{cr}}$ でなされねばならない。残念ながら(11)の右辺の比例係数を現存する種々のデータから精度よく算定することは難しい。

(iii) Takagi-Nakamura

標準模型に入ってくる物質パラメータは $\{\sigma, \rho_{\text{eff}}, \Delta \Phi\}$ であり、この中で特に $\Delta \Phi$ の不定性が大きく、実験と理論との定量的比較が難しい。このような状況下において、「我々が少なくとも10mK以下において、「量子核形成」を観測した」と主張することにどの程度の妥当性があるだろうか。

Takagi-Nakamura は標準模型を正確に取り扱うことにより、上の問いに以下の答えを与えた。

話を見易くするためにまず、bubbly unit と呼ぶ、物理パラメータ $\{R_c, U_m, \tau_0\}$ を導入する。ここで

$$\tau_0^2 = (2/5)^2 M_0 / U_m \quad (12)$$

であり、 τ_0 は時間の次元を持つ。更に無次元プランク定数

$$h_T = h / \tau_0 U_m \quad (13)$$

を定義すれば

$$R_c = R_{00} h_T^{-2/7}, \quad U_m = U_{00} h_T^{-4/7}, \quad \tau_0 = \tau_{00} h_T^{-3/7} \quad (14)$$

と表される。この表現の利点は、 $R_{00}, U_{00}, \tau_{00}$ は σ と ρ_{eff} のみの関数となり、最も不定性が大きい $\Delta \Phi$ は h_T の中にのみ入るという所にある。ここで $z = x^{5/2}$ と変数変換を行うと、無次元化されたラグランジアン

$$L_{\text{TN}} = \frac{L}{U_{\text{m}}} = \frac{1}{2} \tau_0^2 \dot{z}^2 - V(z), \quad V(z) = \left(\frac{27}{4}\right)(z^{4/5} - z^{6/5}) \quad (15)$$

で考えれば良いということになる。(15)の表式は慣性質量に相当するものが座標 z に依存しないという意味でイメージし易い利点を有する。そのかわりポテンシャルは見慣れぬ形となる。独立なnucleation centre の数を N 、準安定状態を用意してから核形成が観測されるまでの待ち時間を τ_{obs} とすると「我々が核形成を観測した」という事実は

$$N\tau_{\text{obs}}W = 1 \quad (16)$$

と表わされる。我々の試料容器の有効体積は約 77cm^3 であるから N は全 ^3He 原子の数として 10^{23} の程度である。また我々の圧力掃引速度では τ_{obs} は1 sec程度と考えて良いであろう。(16)を

$$N_0\tau_{00}W = 1, \quad \text{但し } N_0 = N\tau_{\text{obs}}/\tau_{00} \quad (17)$$

と書き直しておく。 $\tau_{00}W$ は h_T のみの関数となる。ここで物質パラメーターとして、

$$\rho_{\text{eff}} = 0.01 \text{ g/cm}^3, \quad \sigma = 0.02 \text{ erg/cm}^2 \quad (18)$$

を用いると、 $\tau_{00} \sim 10^{-11} \text{ sec}$, $N_0 \sim 10^{34}$ を得る。 ρ_{eff} の不定さを考慮して N_0 に

$$10^{30} < N_0 < 10^{35} \quad (19)$$

の巾をもたせ、「我々が観測した核形成が標準模型で記述される「量子核形成」である」と仮定すれば(17)、(19)は

$$0.0148 < h_T < 0.0165, \quad 0.484 < E_0 < 0.510 \quad (20)$$

を与える。ここで E_0 はポテンシャル $V(z)$ におけるvirtual ground state のエネルギーである。(20)の結果は、 $h_T \ll 1$ のいわゆる準古典の場合においても、 E_0 はポテンシャルの山の半分程度の所に位置するという意外な結果を示している。これは(6)において慣性質量が R^3 に依存していることの反映であり、ここに(3+2-3)模型の注目すべき特徴がある。L-K 及び L-K-P の取り扱いではこの点に関する注意深さを欠いたため、 W に対して非現実的な値を与える表式を得ていた。

(20)の h_T の上下限と(18)の物質パラメータ値を用いて

$$8.47 \text{ K} < U_{\text{m}} < 9.00 \text{ K}, \quad 17.7 \text{ \AA} < R_{\text{c}} < 18.3 \text{ \AA} \quad (21)$$

を得る。また量子領域—古典領域の移行温度は約120mKと算定される。

以上が Takagi-Nakamura の理論の概略であるが(21)の値は、それ程不自然な値ではないといって良いであろう。臨界核は約400個の³He原子を含み、d相中の10⁴個程度のHe原子が関与する「巨視的量子現象」ということになる。

§ 4 Prospects

許された紙数を既にオーバーしたと思われるので「展望」については講義の中で述べ、皆さんとの討論を楽しみたいと思っています。

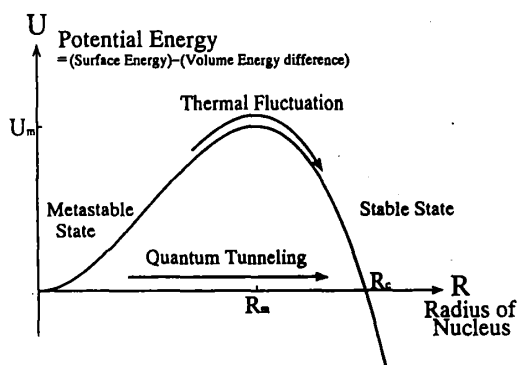


图 1

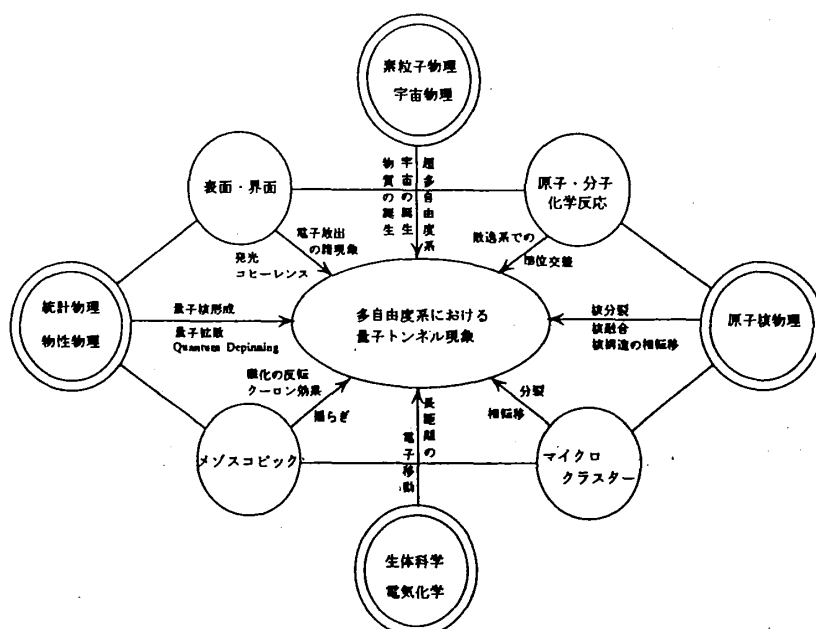


图 2

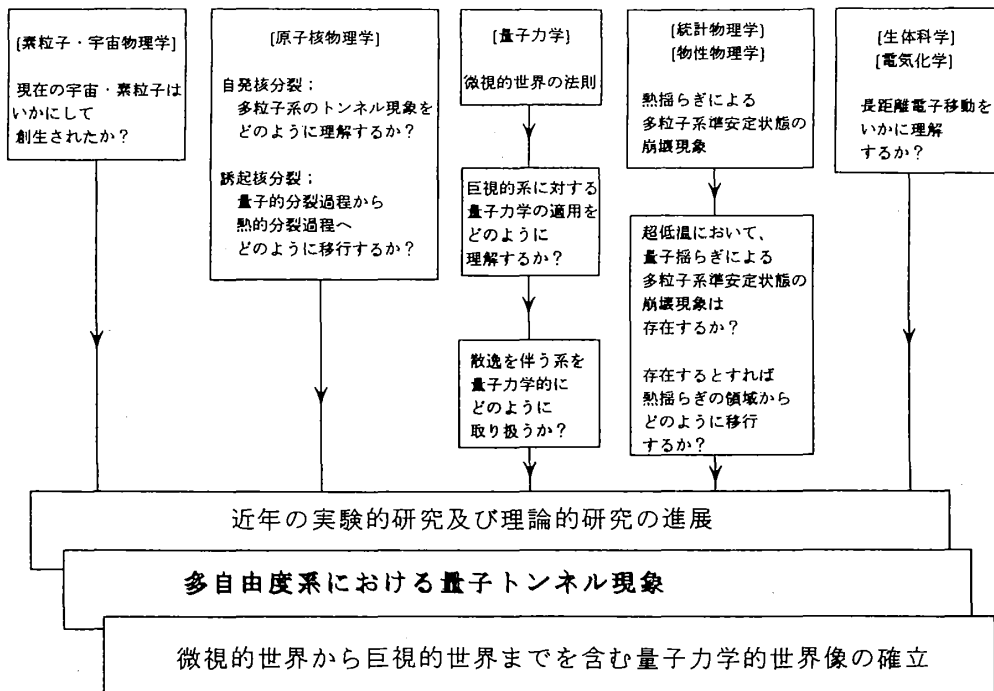


図 3

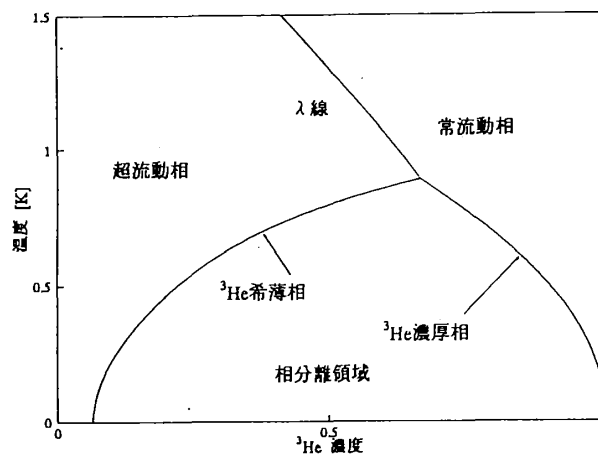


図 4

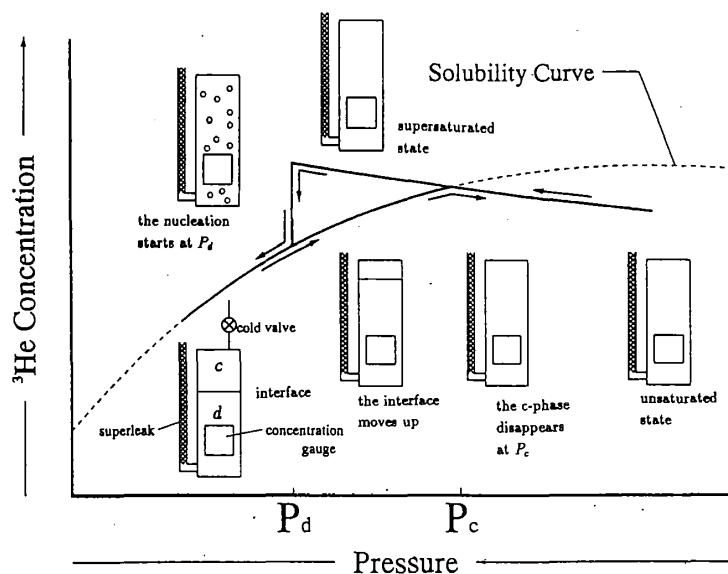


図 5

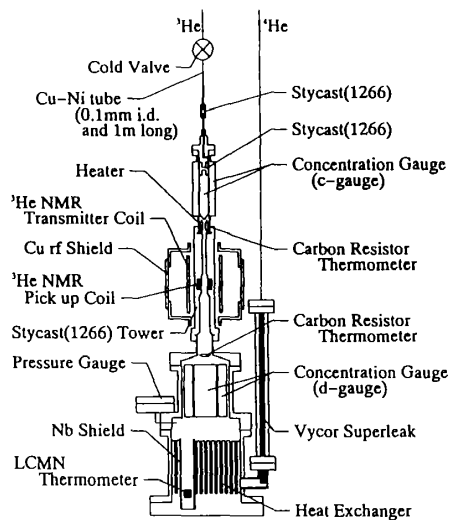


図 6

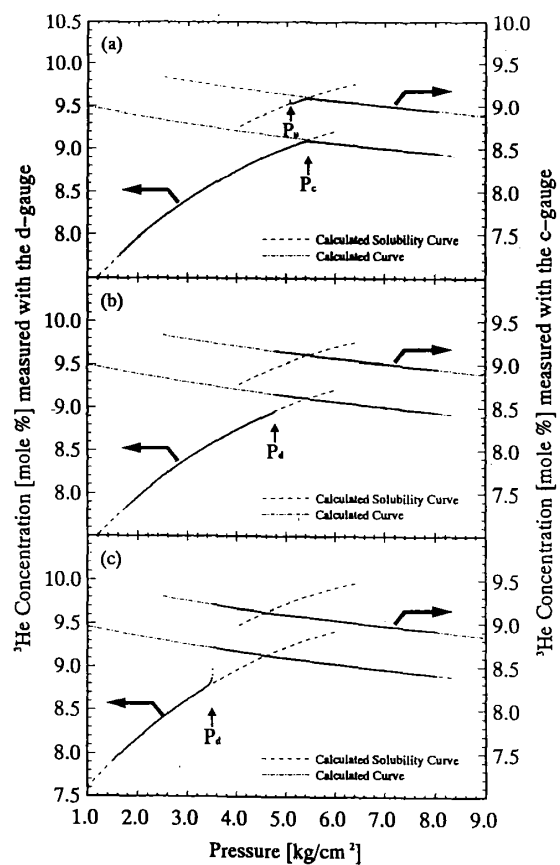


図 7

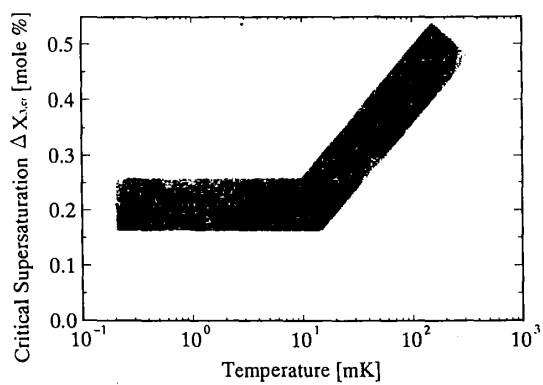


図 8

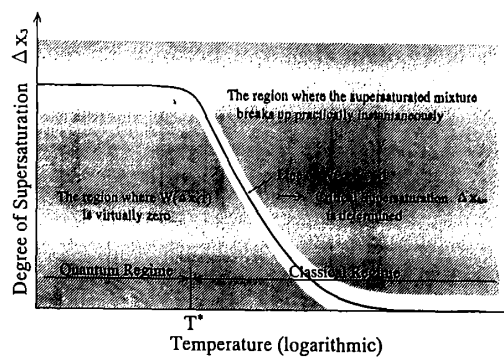


図 9